

CƠ HỌC LÝ THUYẾT: TĨNH HỌC

CHƯƠNG:

02

ThS Nguyễn Phú Hoàng

Khoa KT Xây dựng
Trường ĐHCN
Đại học Đà Nẵng

Thu gọn hệ lực – Điều kiện
cân bằng

Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

Nội dung chương 2:



ĐỊNH LÝ TƯƠNG ĐƯƠNG CƠ BẢN



ĐIỀU KIỆN CÂN BẰNG CỦA HỆ

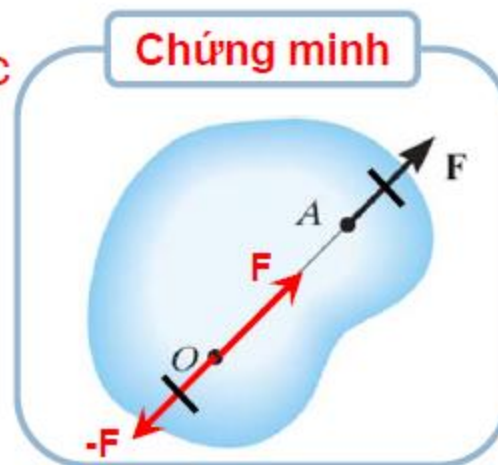
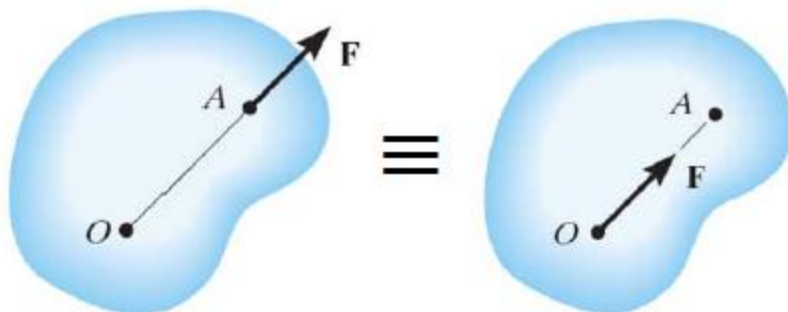


Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

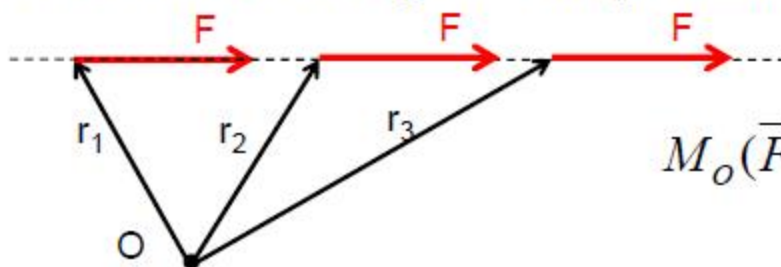
2.1.Định lý tương đương cơ bản

Định lý dời lực:

1.Dời lực trên đường tác dụng của lực



Lực trượt trên đường tác dụng của nó thì hệ không thay đổi.

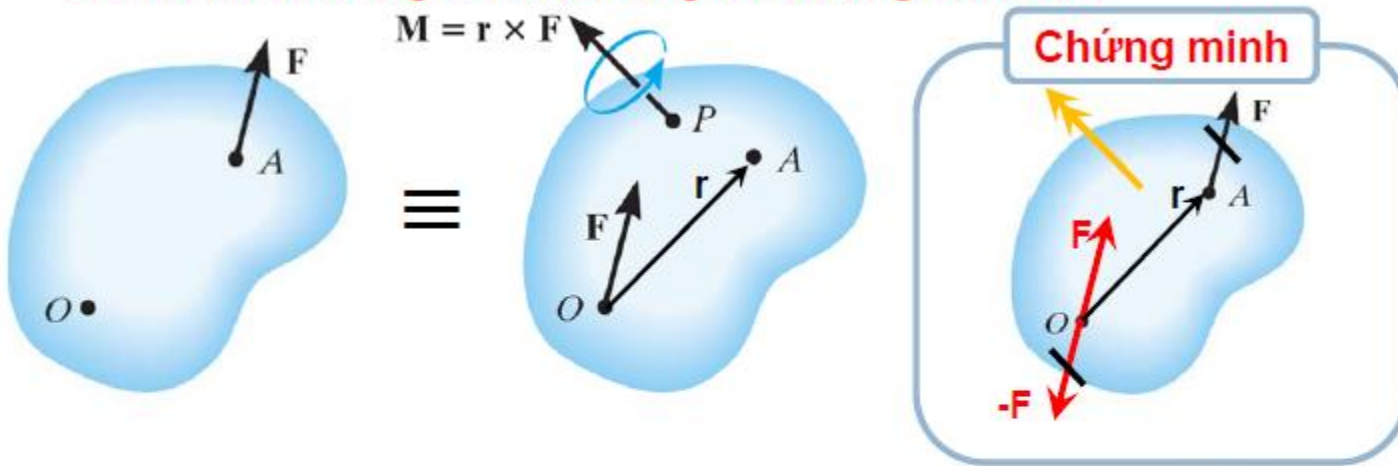


$$M_O(\vec{F}) = \vec{r}_1 \times \vec{F} = \vec{r}_2 \times \vec{F} = \vec{r}_3 \times \vec{F}$$

Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.1. Định lý tương đương cơ bản

2. Dời lực không trên đường tác dụng của lực



Lực không trượt trên giá của nó sẽ sinh ra Moment $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

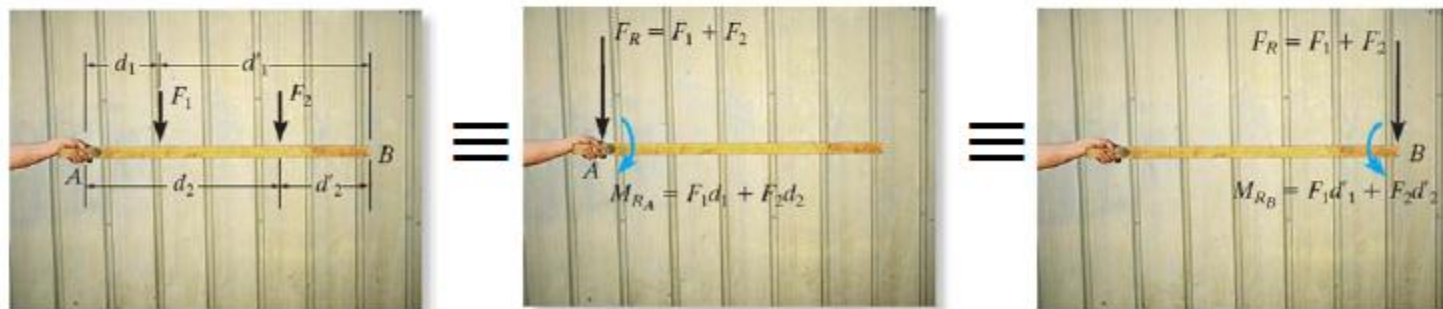
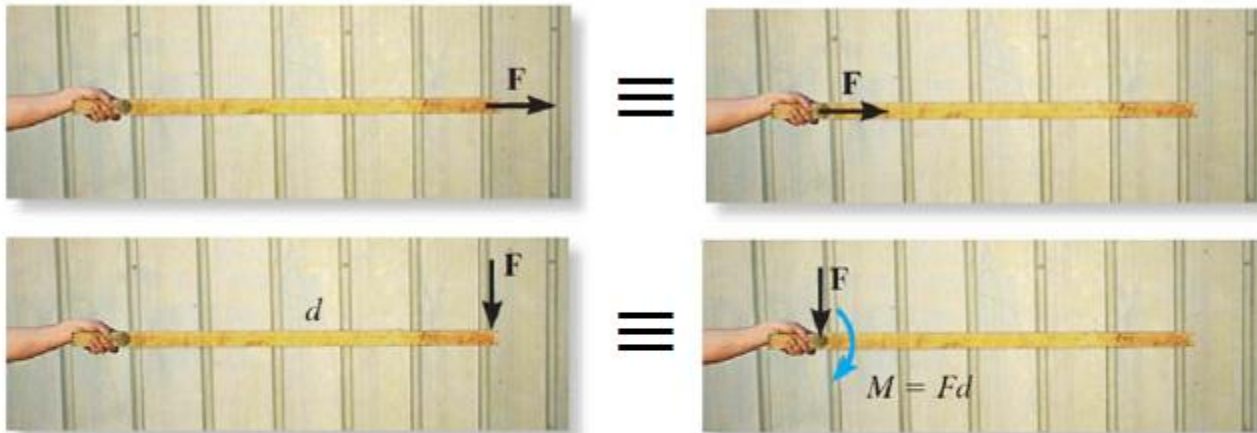
Momen có điểm đặt tự do, có thể ở P, O, A hoặc bất kì đâu

Moment không phụ thuộc điểm đặt

Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

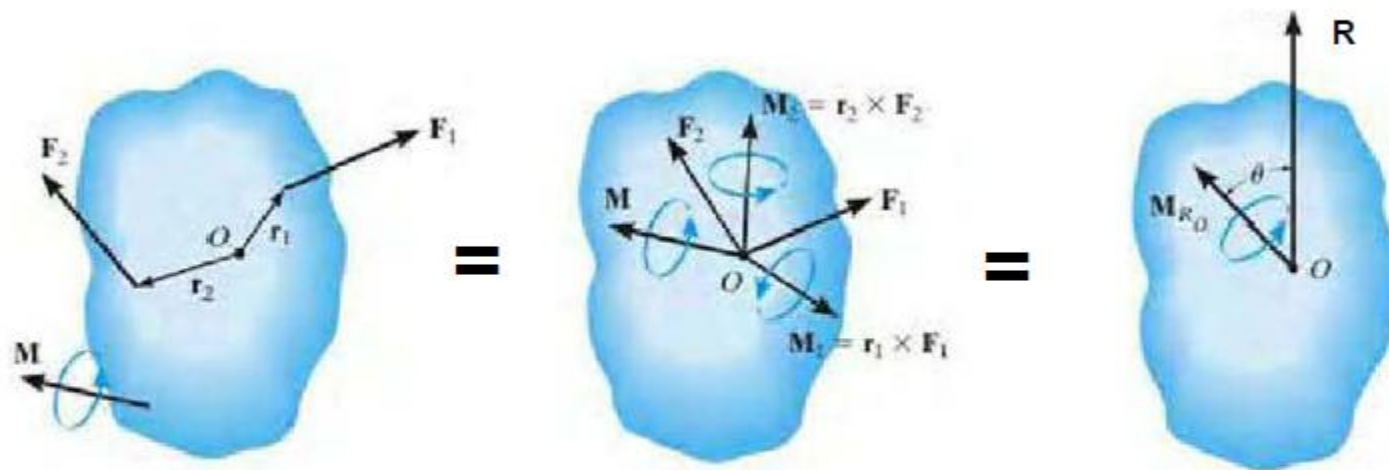
2.1. Định lý tương đương cơ bản

Thực hành dời lực



Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

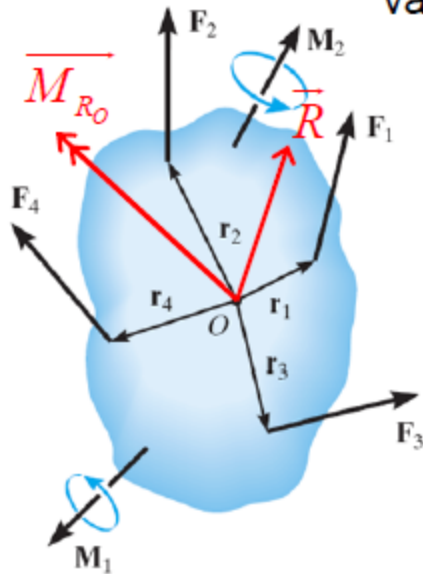
2.1. Định lý tương đương cơ bản



Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.1. Định lý tương đương cơ bản

Thu gọn hệ lực về một điểm tương với một vector chính và một vector moment chính (phương pháp giải tích)



Vector chính:

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i$$

Với F_i là các lực thành phần

Vector moment chính:

$$\vec{M}_{R_o} = \sum \vec{M}_o(\vec{F}_i) + \vec{M}_j$$

Với M_j là các moment thành phần

$M_o(F_i)$ là các moment do các lực thành phần đối với tâm O

Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.1. Định lý tương đương cơ bản

Hợp lực trong mặt phẳng (phương pháp đại số)

Vector chính:

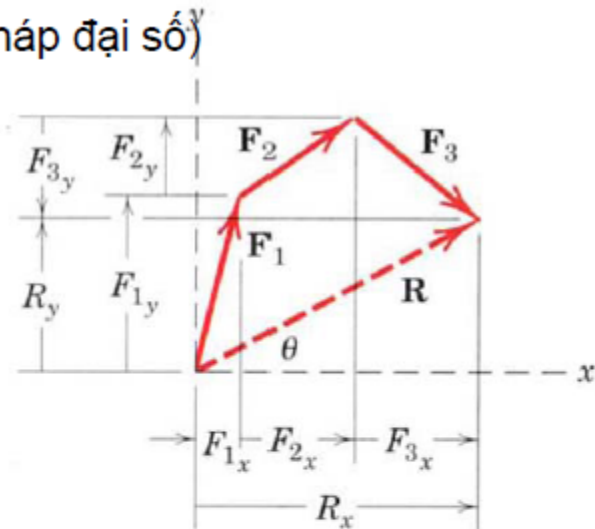
$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots = \sum \vec{F}_i$$

Với: $R_x = \sum F_{ix}$ $R_y = \sum F_{iy}$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

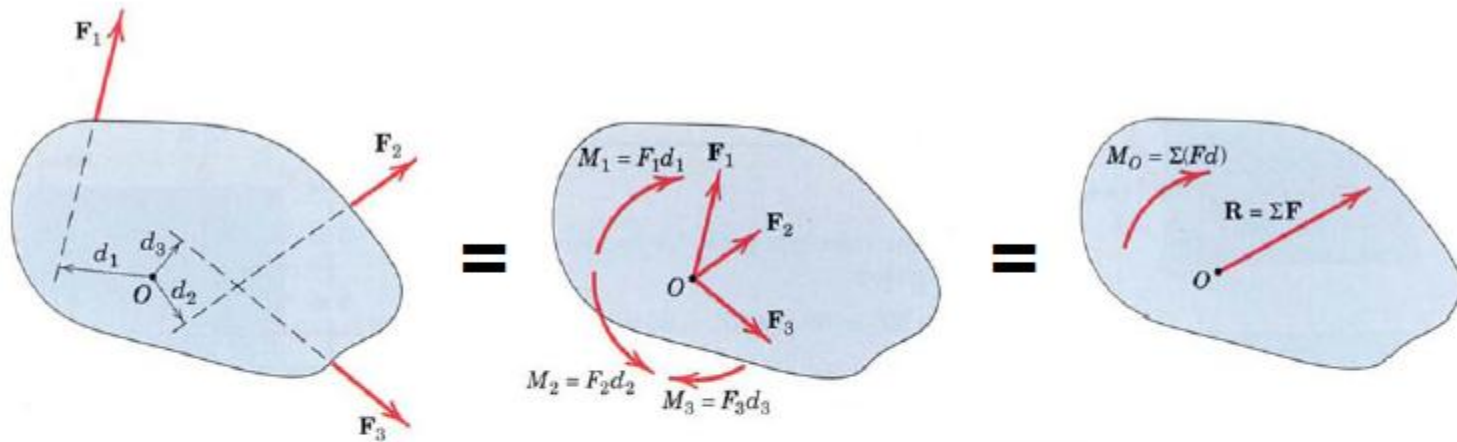
$$\theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x}$$

θ Là góc hợp bởi hợp lực và phương ngang

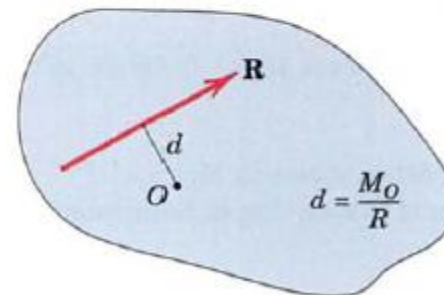


Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.1. Định lý tương đương cơ bản



Ta có thể dời hợp lực đến một điểm nào đó chỉ có lực chính mà không có moment chính không?

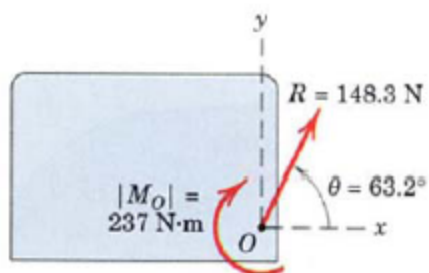
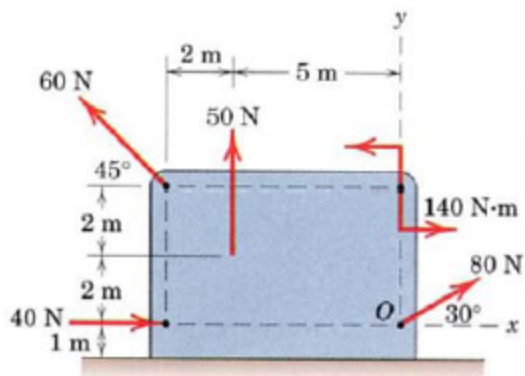


Chỉ còn một lực duy nhất !!

Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.1. Định lý tương đương cơ bản

Ví dụ 1: Thu gọn hệ lực về tâm O (phương pháp đại số)



Lực chính theo phương x và y

$$R_x = 40 + 80 \cos 30^\circ - 60 \cos 45^\circ = 66,9 N$$

$$R_y = 50 + 80 \sin 30^\circ + 60 \sin 45^\circ = 132,4 N$$

Lực chính tổng là:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{66,9^2 + 132,4^2} = 148,3 N$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x} = \tan^{-1} \frac{132,4}{66,9} = 63,2^\circ$$

Moment tổng tại O

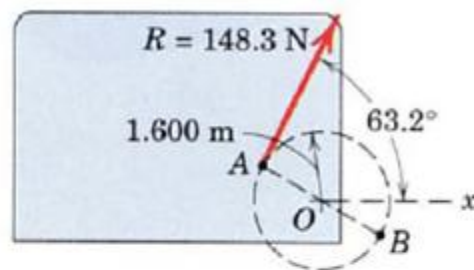
$$\begin{aligned} M_O &= 140 - 50(5) + 60 \cos 45^\circ (4) - 60 \sin 45^\circ (7) \\ &= -237 N \cdot m \end{aligned}$$

Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.1. Định lý tương đương cơ bản

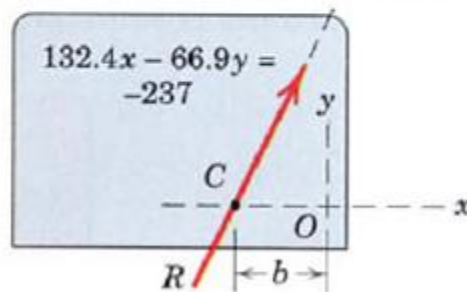
Điểm đặt của lực chính để hệ không còn moment chính là

$$d = \frac{M_O}{R} = \frac{237}{148,3} = 1,6m$$



Điểm đặt của lực chính nằm trên Ox cách O một khoảng b là

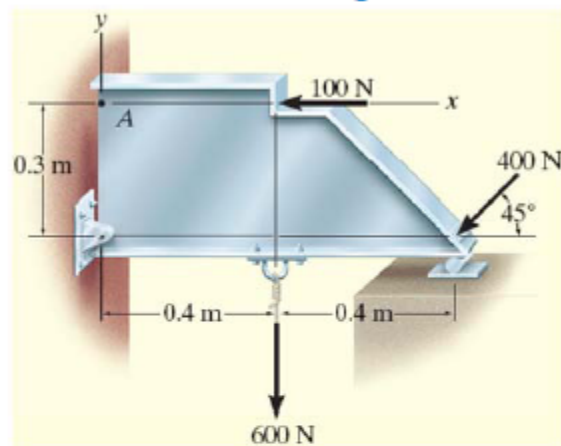
$$b = \frac{M_O}{R_y} = \frac{237}{132,4} = 1,792m$$



Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.1. Định lý tương đương cơ bản

Ví dụ 2: Thu gọn hệ lực về tâm A (phương pháp giải tích)



$$\vec{F}_1 = -100\mathbf{i} = (-100, 0)$$

$$\vec{F}_2 = -600\mathbf{j} = (0, -600)$$

$$\vec{F}_3 = -200\sqrt{2}\mathbf{i} - 200\sqrt{2}\mathbf{j} = (-282.9, -282.9)$$

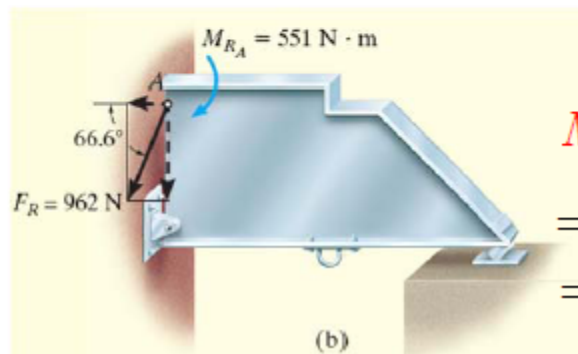
Vector chính:

$$\vec{F}_R = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (-382.8, -882.8)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \tan^{-1} \frac{-882.8}{-382.8} = 66.6^\circ$$

Vector moment chính:

$$\begin{aligned} M_{R_A} &= \sum M_A(F_i) \\ &= 100 \times 0 - 600 \times 0.4 - 400 \frac{\sqrt{2}}{2} 0.3 - 400 \frac{\sqrt{2}}{2} 0.8 \\ &= -551 \end{aligned}$$

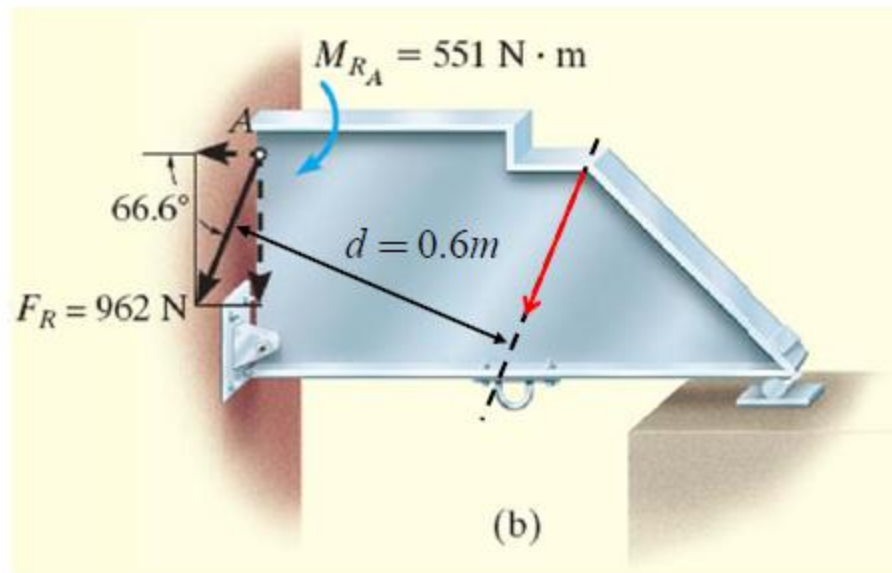


Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.1. Định lý tương đương cơ bản

Điểm đặt của lực chính để hệ không còn moment chính là

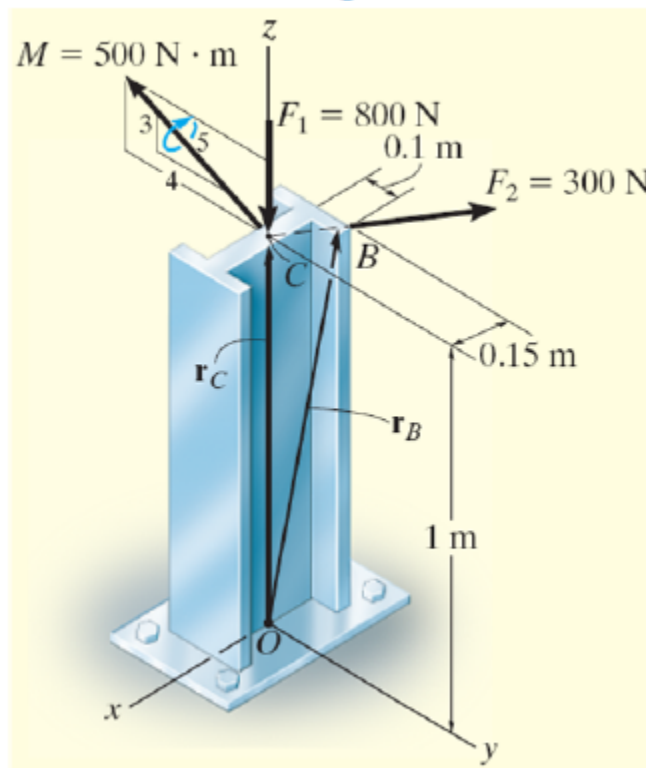
$$d = \frac{M_{R_A}}{F_R} = \frac{551}{962} = 0.6m$$



Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.1. Định lý tương đương cơ bản

Ví dụ 3: Thu gọn hệ lực về tâm O (phương pháp giải tích)



$$r_C = (0, 0, 1) \quad r_B = (-0.15, 0.1, 1)$$

$$\vec{F}_1 = (0, 0, -800) \quad \vec{F}_2 = (-250, 166, 0)$$

$$\vec{M} = (0, -400, 300)$$

Vector chính:

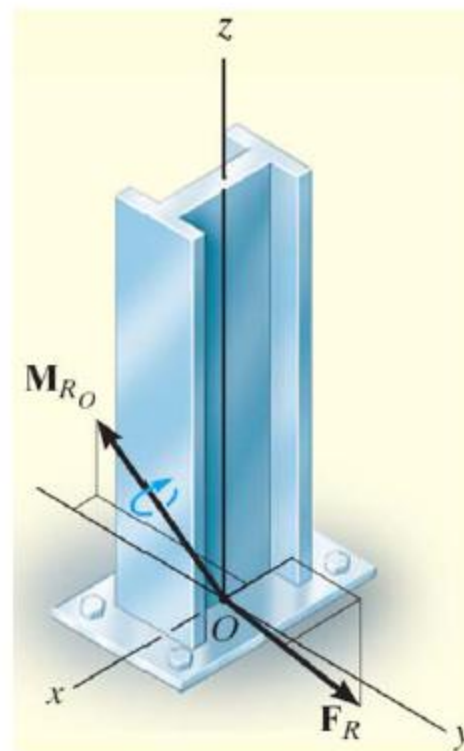
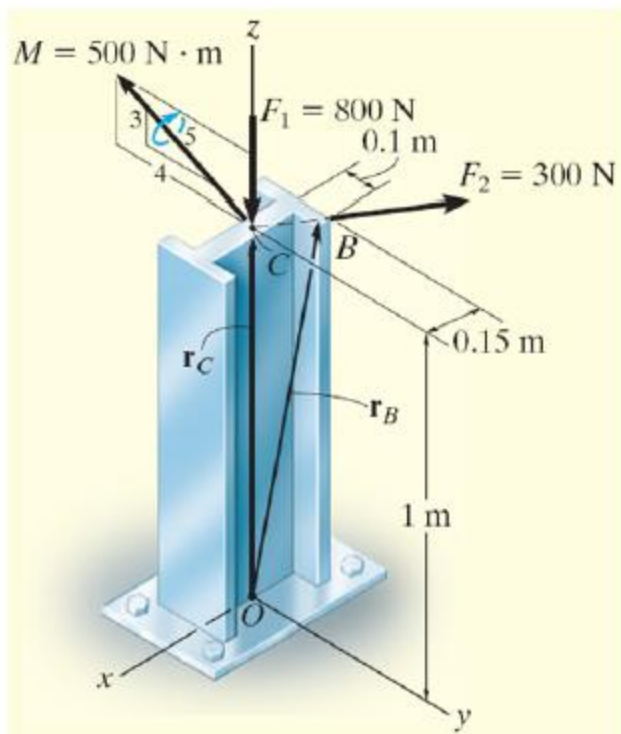
$$\vec{F}_R = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (-250, 166, -800)$$

Vector moment chính:

$$\begin{aligned} \vec{M}_{R_O} &= \sum \vec{M}(\vec{F}_i) + \vec{M} \\ &= \vec{M}_O(\vec{F}_1) + \vec{M}_O(\vec{F}_2) + \vec{M} \\ &= (-166, -250, 0) + (0, -400, 300) \\ &= (-166, -650, 300) \end{aligned}$$

Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

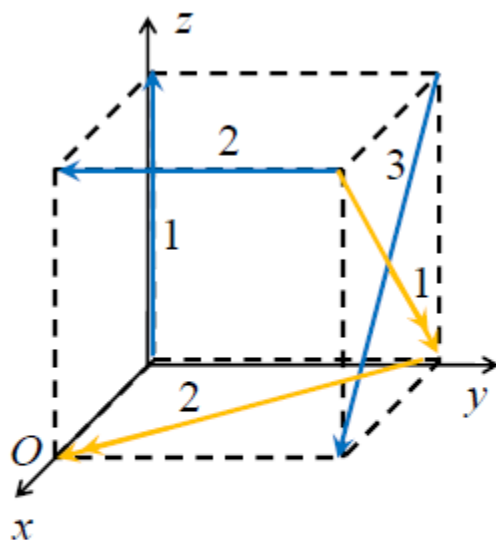
2.1. Định lý tương đương cơ bản



Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.1. Định lý tương đương cơ bản

Ví dụ 3: Cho hình lập phương cạnh 1 đơn vị. Thu gọn hệ lực về tâm O



$$\vec{F}_1 = (0, 0, 1) \quad \vec{F}_2 = (0, -1, 0) \quad \vec{F}_3 = (1, 0, -1)$$

$$\vec{r}_1 = (0, 0, 0) \quad \vec{r}_2 = (1, 1, 1) \quad \vec{r}_3 = (0, 1, 1)$$

$$\vec{M}_O(\vec{F}_1) = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = (0, 0, 0)$$

$$\vec{M}_O(\vec{F}_2) = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = (1, 0, -1)$$

$$\vec{M}_O(\vec{F}_3) = \vec{r}_3 \times \vec{F}_3 = (-1, 1, -1)$$

$$\vec{M}_1 = (-1, 0, -1) \quad \vec{M}_2 = (1, -1, 0)$$

Vector lực chính

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i = (1, -1, 0)$$

Vector moment chính

$$\vec{M}_O = \sum \vec{M}_O(\vec{F}_i) + \sum \vec{M}_i = (0, 0, -3)$$

Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.1. Định lý tương đương cơ bản

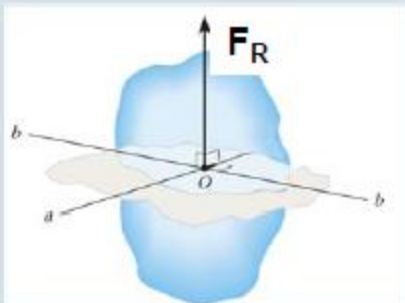
Thu gọn hệ lực để làm gì???

$$\begin{cases} \overline{F_R} = \vec{0} \\ \overline{M_{R_O}} = \vec{0} \end{cases}$$



HỆ CÂN BẰNG TĨNH

$$\begin{cases} \overline{F_R} \neq \vec{0} \\ \overline{M_{R_O}} = \vec{0} \end{cases}$$



HỆ CÓ HỢP LỰC

Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.1. Định lý tương đương cơ bản

$$\begin{cases} \overline{F_R} = \vec{0} \\ \overline{M_{R_O}} \neq \vec{0} \end{cases}$$

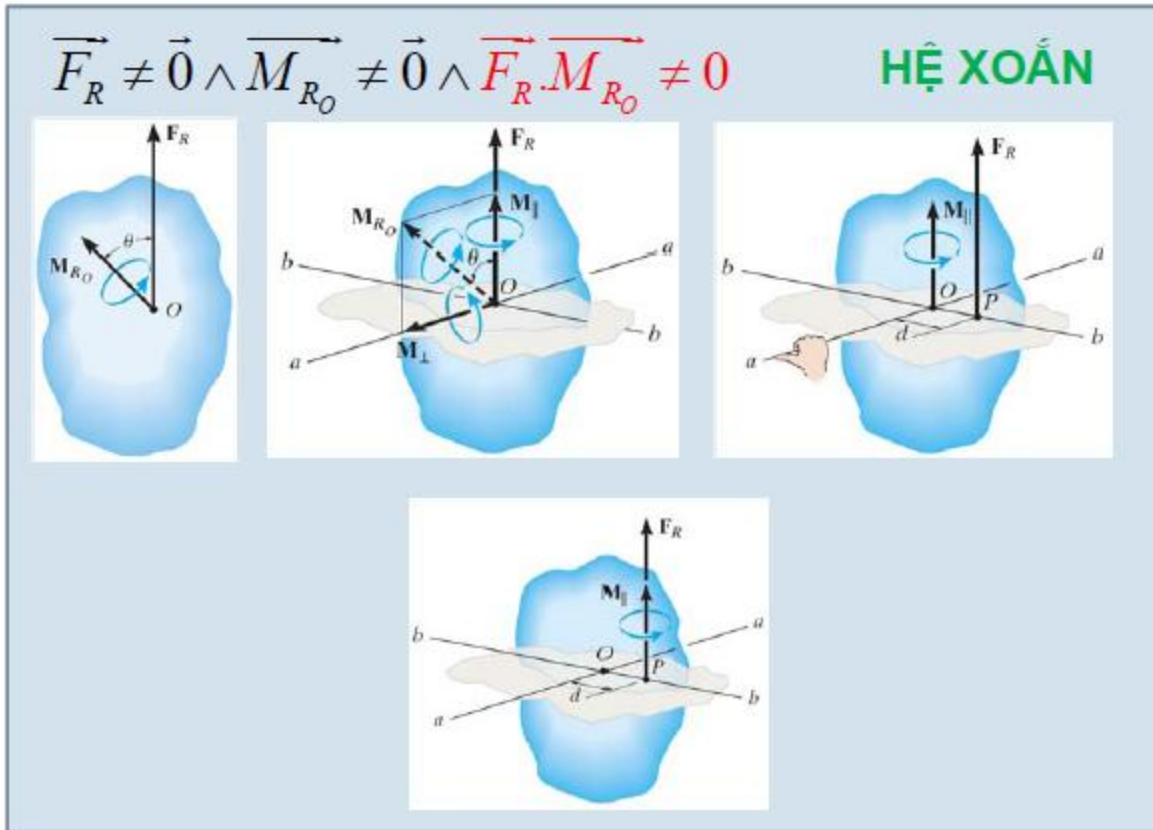
**HỆ TƯƠNG ĐƯƠNG
MỘT NGẪU**

$$\overline{F_R} \neq \vec{0} \wedge \overline{M_{R_O}} \neq \vec{0} \wedge \overline{F_R} \cdot \overline{M_{R_O}} = 0$$

HỆ CÓ HỢP LỰC

Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.1. Định lý tương đương cơ bản



Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.1. Định lý tương đương cơ bản

Tổng kết

$$\vec{F}_R = \vec{0} \wedge \vec{M}_{R_O} = \vec{0} \Leftrightarrow \text{Hệ cân bằng tĩnh}$$

$$\vec{F}_R \neq \vec{0} \wedge \vec{M}_{R_O} = \vec{0} \Leftrightarrow \text{Hệ có hợp lực}$$

$$\vec{F}_R = \vec{0} \wedge \vec{M}_{R_O} \neq \vec{0} \Leftrightarrow \text{Hệ tương đương một ngẫu}$$

$$\vec{F}_R \neq \vec{0} \wedge \vec{M}_{R_O} \neq \vec{0} \wedge \vec{F}_R \cdot \vec{M}_{R_O} = 0 \Leftrightarrow \text{Hệ có hợp lực}$$

$$\vec{F}_R \neq \vec{0} \wedge \vec{M}_{R_O} \neq \vec{0} \wedge \vec{F}_R \cdot \vec{M}_{R_O} \neq 0 \Leftrightarrow \text{Hệ xoắn}$$

$$\text{Hai hệ lực được gọi là tương đương} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{F}_{R_1} = \vec{F}_{R_2} \\ \vec{M}_{O_1} = \vec{M}_{O_2} \end{cases}$$



Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.1. Định lý tương đương cơ bản

Bất biến của hệ lực

Bất biến thứ nhất (BB1) là vector chính của hệ lực F_R

Bất biến thứ hai (BB2) là tích vô hướng của vector chính F_R và vector moment chính M_{RO} của hệ lực

Dựa vào hai bất biến này ta sẽ tìm được dạng chuẩn (dạng tương đương tối giản)

- $BB1 \neq 0$ và $BB2 = 0$ thì hệ là hệ có hợp lực
- $BB1 \neq 0$ và $BB2 \neq 0$ thì hệ là hệ xoắn
- $BB1 = 0$ dẫn đến $BB2 = 0$ thì hệ là hệ cân bằng nếu vector moment chính **bằng không** và là hệ tương đương với ngẫu lực nếu vector moment chính **khác không**

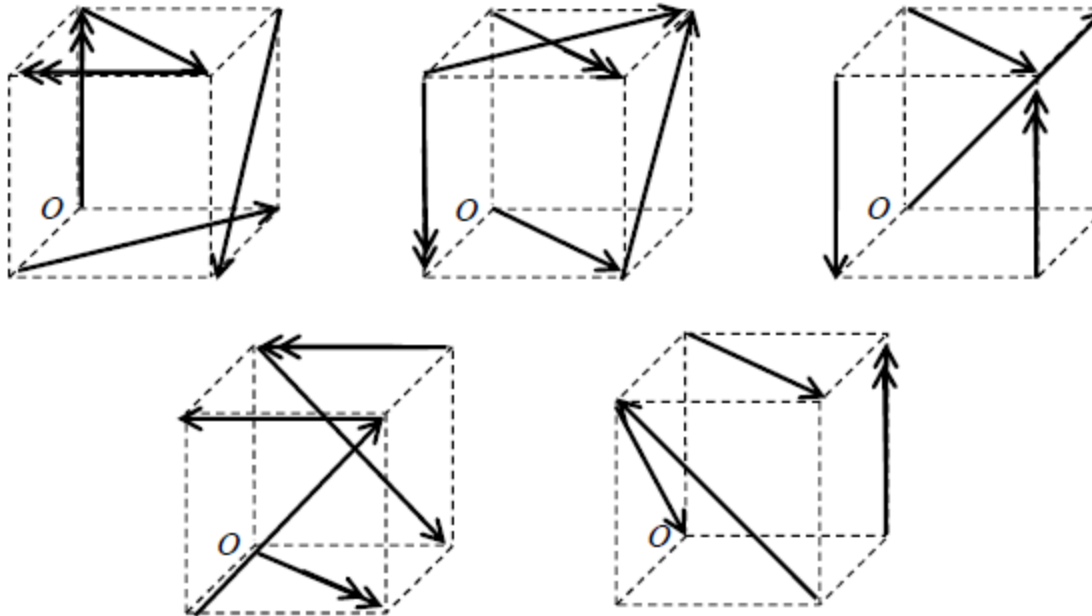


Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.1. Định lý tương đương cơ bản

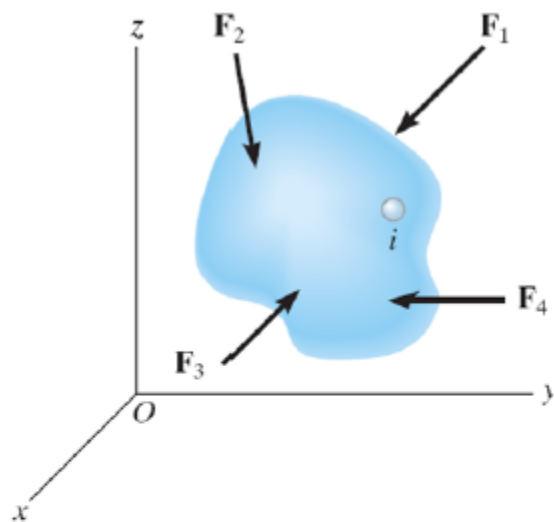
Bài tập về nhà

Cho hình lập phương cạnh 1 đơn vị. Thu gọn hệ lực về tâm O và tìm các tính chất của hệ lực đó



Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.2. Điều kiện cân bằng của hệ



(Hệ 6 phương trình)

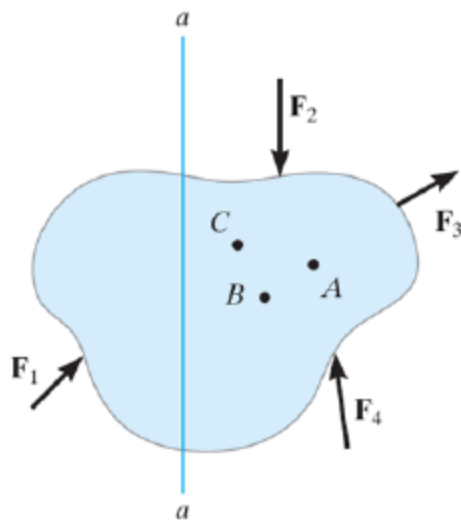
Hệ cân bằng tĩnh $\Leftrightarrow \vec{F}_R = \vec{0} \wedge \vec{M}_{R_O} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \sum F_{kx} = 0 \\ \sum F_{ky} = 0 \\ \sum F_{kz} = 0 \\ \sum m_x(F_k) = 0 \\ \sum m_y(F_k) = 0 \\ \sum m_z(F_k) = 0 \end{cases}$

Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.2. Điều kiện cân bằng của hệ

Hệ lực đặc biệt

1. Hệ lực phẳng



Dạng 1
$$\begin{cases} \sum F_{kx} = 0 \\ \sum F_{ky} = 0 \\ \sum m_A(F_k) = 0 \end{cases}$$

A là điểm bất kì trong mặt phẳng

Dạng 2
$$\begin{cases} \sum F_{ka} = 0 \\ \sum m_A(F_k) = 0 \\ \sum m_B(F_k) = 0 \end{cases}$$

A và B là hai điểm bất kì trong mặt phẳng không trùng nhau

Dạng 3
$$\begin{cases} \sum m_A(F_k) = 0 \\ \sum m_B(F_k) = 0 \\ \sum m_C(F_k) = 0 \end{cases}$$

A, B, C không thẳng hàng



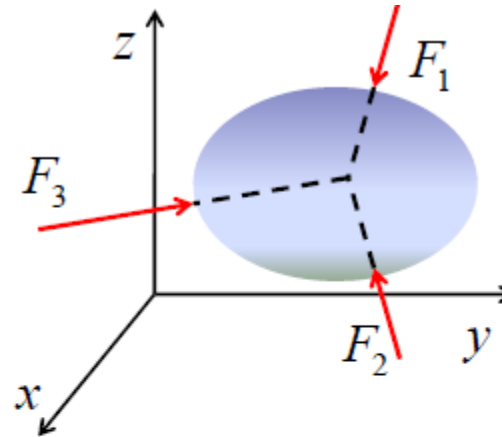
Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.2. Điều kiện cân bằng của hệ

2. Hệ lực đồng quy

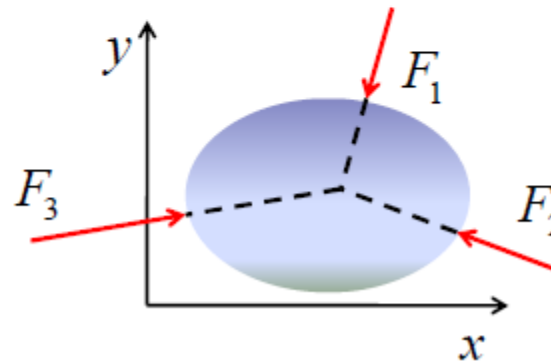
Trong ba chiều

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = 0 \\ \sum F_{ky} = 0 \\ \sum F_{kz} = 0 \end{cases}$$



Trong hai chiều

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = 0 \\ \sum F_{ky} = 0 \end{cases}$$

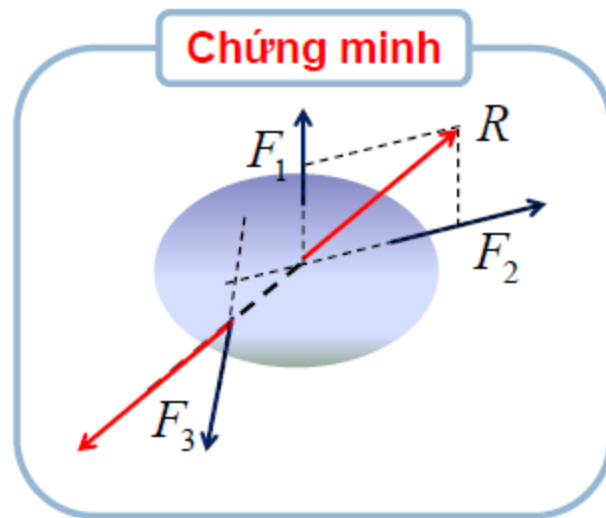


Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.2. Điều kiện cân bằng của hệ

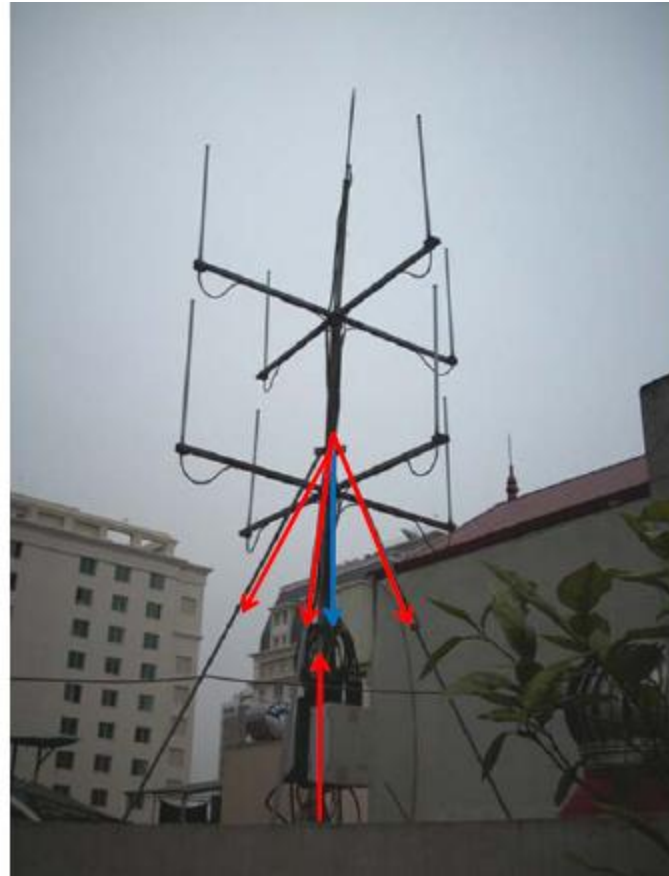
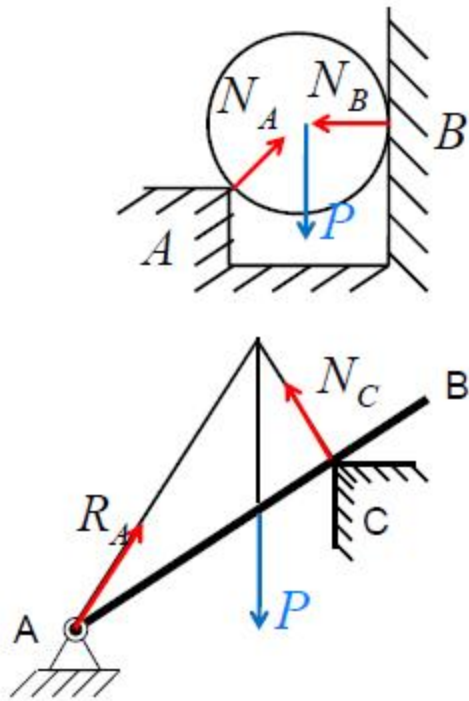
Định lý bổ sung

Nếu vật rắn tự do mà cân bằng dưới tác dụng của ba lực không song song nằm trên cùng một mặt phẳng, thì đường tác dụng của chúng cắt nhau tại một điểm



Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.2. Điều kiện cân bằng của hệ



Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.2. Điều kiện cân bằng của hệ

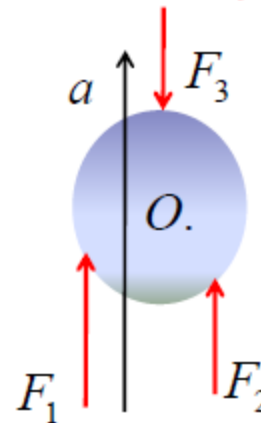
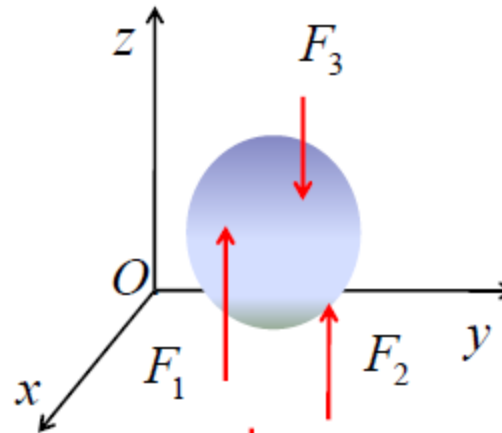
3. Hệ lực song song

Trong ba chiều

$$\begin{cases} \sum F_{kz} = 0 \\ \sum M_{Ox} = 0 \\ \sum M_{Oy} = 0 \end{cases}$$

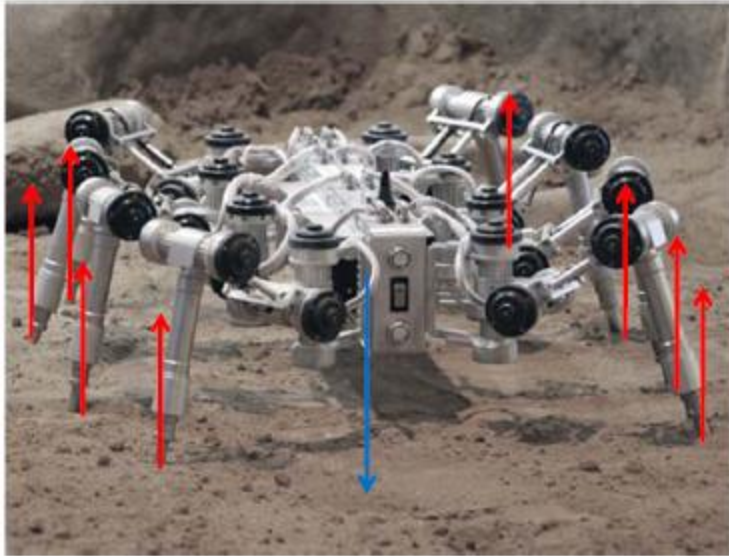
Trong hai chiều

$$\begin{cases} \sum F_{ka} = 0 \\ \sum M_O = 0 \end{cases}$$



Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.2. Điều kiện cân bằng của hệ



Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

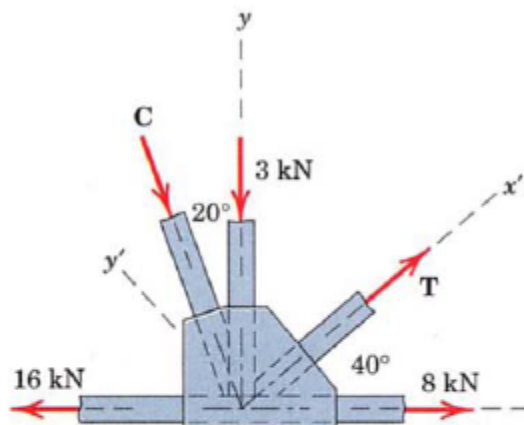
2.2. Điều kiện cân bằng của hệ



Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.2. Điều kiện cân bằng của hệ

Ví dụ: Cho mô hình mối nối của cầu, tìm ẩn số lực C và T



Điều kiện cân bằng của hệ lực đồng quy

Cách 1 (chiều lên hệ trục Oxy)

$$\begin{cases} \sum F_x = 8 + T \cos 30^\circ + C \sin 20^\circ - 16 = 0 \\ \sum F_y = T \sin 40^\circ - C \cos 20^\circ - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = 9,09 \text{ kN} \\ C = 3,03 \text{ kN} \end{cases}$$

Cách 2 (chiều lên hệ trục Ox'y')

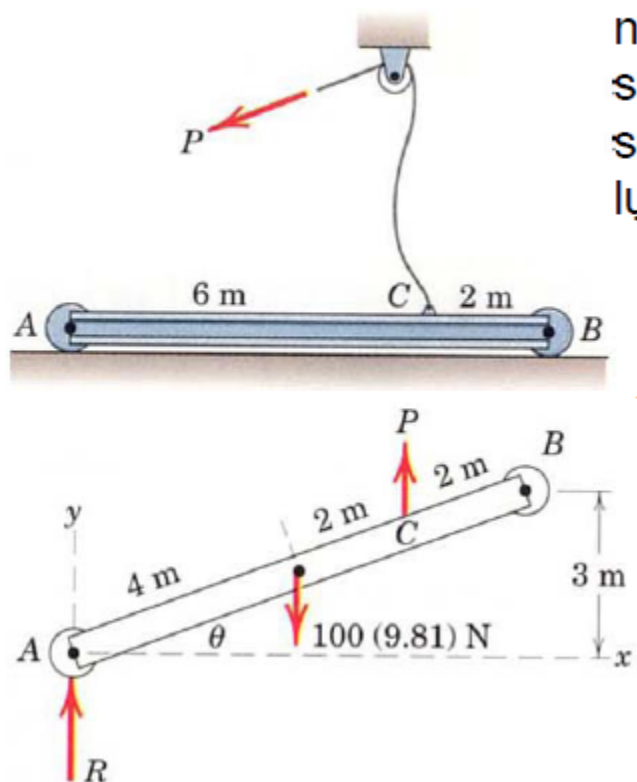
$$\begin{cases} \sum F_{x'} = T + 8 \cos 40^\circ - 16 \cos 40^\circ - 3 \sin 40^\circ - C \sin 20^\circ = 0 \\ \sum F_{y'} = -C \sin 20^\circ - 3 \cos 40^\circ - 8 \sin 40^\circ + 16 \sin 40^\circ = 0 \end{cases}$$

Chỉ còn 1 ẩn ở phương trình 2!!

Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.2.Điều kiện cân bằng của hệ

Ví dụ: Cho một thanh dầm nặng 100kg và kích thước như hình vẽ, nối sợi dây vào điểm C và kéo một lực P sao cho đầu B di chuyển lên độ cao 3m so với mặt đất. Tính lực kéo P và phản lực của mặt đất lên dầm tại điểm A.



Điều kiện cân bằng của hệ lực song song

$$\begin{cases} \sum F_y = 654 + R - 100 \cdot 9,81 = 0 \\ \sum M_A = P(6 \cos \theta) - 100 \cdot 9,81(4 \cos \theta) = 0 \end{cases}$$

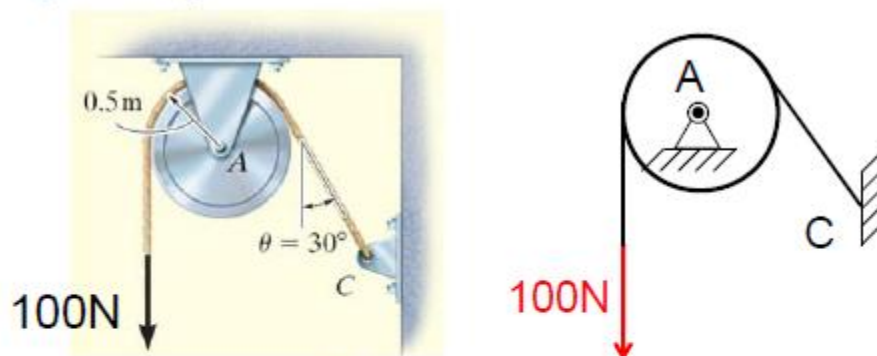
Lưu ý: $\sin \theta = \frac{3}{8} \Rightarrow \theta = 22^\circ$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} R = 327 N \\ P = 654 N \end{cases}$$

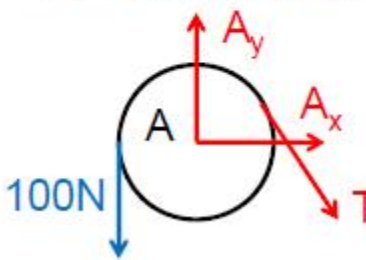
Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.2. Điều kiện cân bằng của hệ

Ví dụ: Tìm phản lực liên kết



Giải phóng liên kết, điều kiện cân bằng

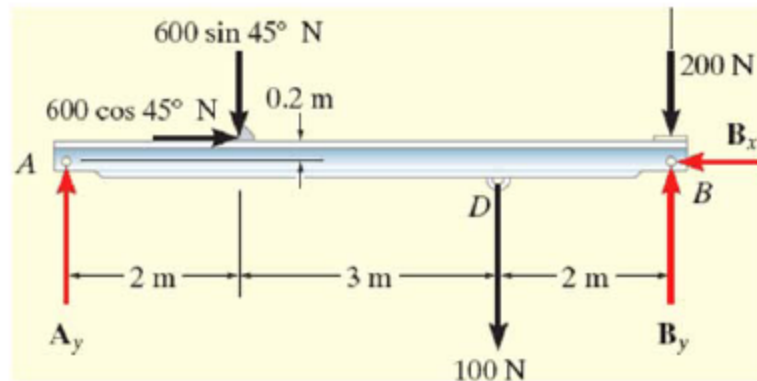
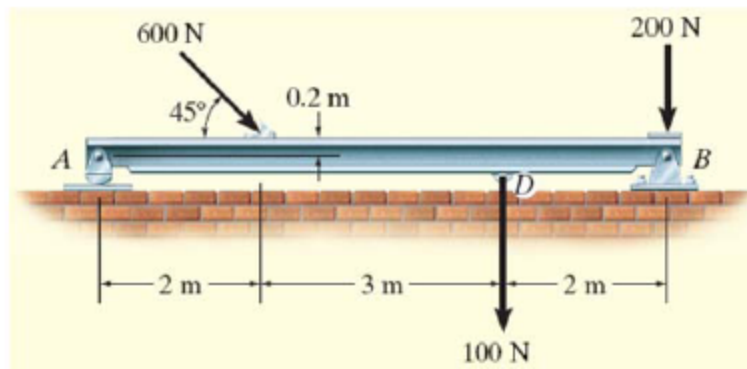


$$\begin{cases} \sum F_{kx} = A_x + T \sin 30^\circ = 0 \\ \sum F_{ky} = A_y - 100 - T \cos 30^\circ = 0 \\ \sum M_A = 100 \times 0.5 - T \times 0.5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_x = -50N \\ A_y = 187N \\ T = 100N \end{cases}$$

Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.2. Điều kiện cân bằng của hệ

Ví dụ: Tìm phản lực liên kết



Điều kiện cân bằng của hệ

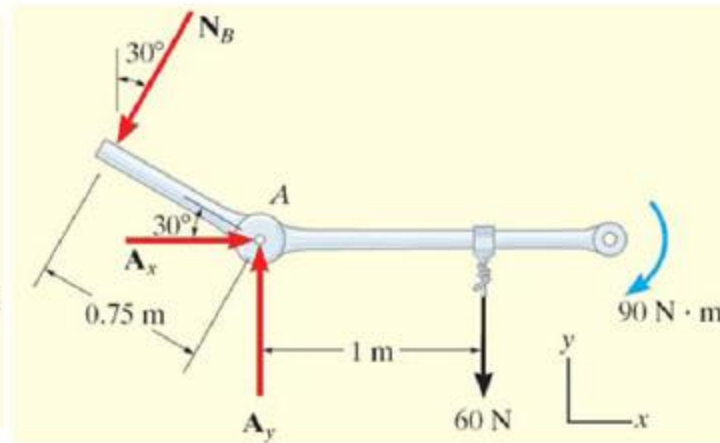
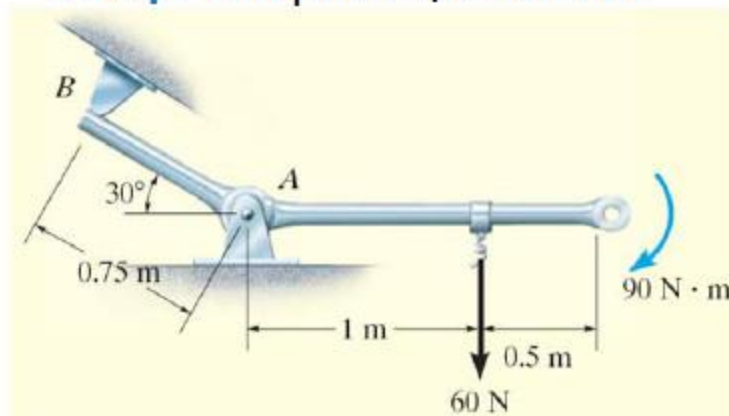
$$\begin{cases} \sum F_{kx} = -B_x + 600 \cos 45^\circ = 0 \\ \sum F_{ky} = B_y + A_y - 200 - 100 - 600 \sin 45^\circ = 0 \\ \sum M_B = 100 \times 2 + 600 \sin 45^\circ \times 5 - 600 \cos 45^\circ \times 0.2 - A_y \times 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_y = 320 N \\ B_x = 424 N \\ B_y = 405 N \end{cases}$$



Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.2. Điều kiện cân bằng của hệ

Ví dụ: Tìm phản lực liên kết



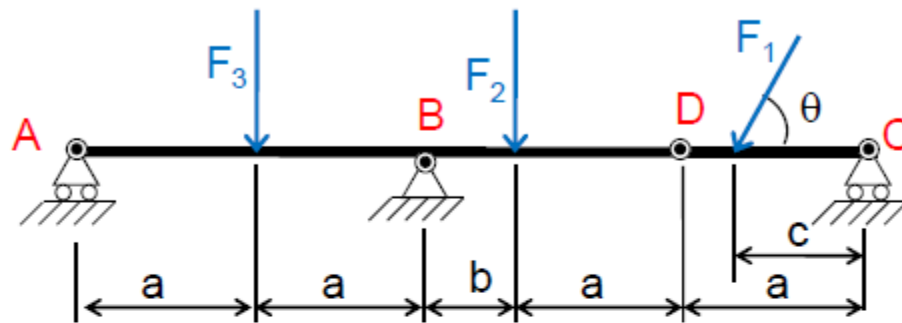
Điều kiện cân bằng của hệ

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = A_x - N_B \sin 30^\circ = 0 \\ \sum F_{ky} = A_y - 60 - N_B \cos 30^\circ = 0 \\ \sum M_A = -90 - 60 \times 1 + N_B \times 0.75 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_x = 100 \text{ N} \\ A_y = 233 \text{ N} \\ N_B = 200 \text{ N} \end{cases}$$

Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.2. Điều kiện cân bằng của hệ

Ví dụ: Tìm phản lực liên kết



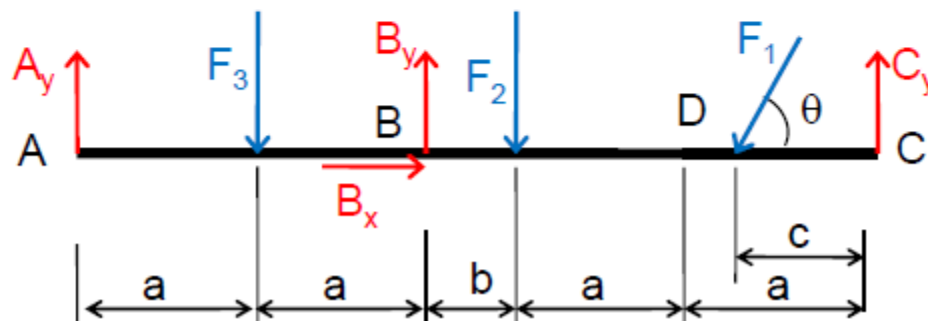
$$F_1 = 7 \text{ kN} \quad a = 4 \text{ m}$$

$$F_2 = 6 \text{ kN} \quad b = 2 \text{ m}$$

$$F_3 = 16 \text{ kN} \quad c = 3 \text{ m}$$

$$\theta = 60 \text{ deg} \quad d = 4 \text{ m}$$

Hóa rắn vật, xét ADC cân bằng

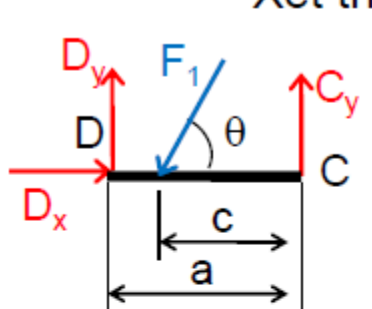


Ba phương trình bốn ẩn!!!

Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

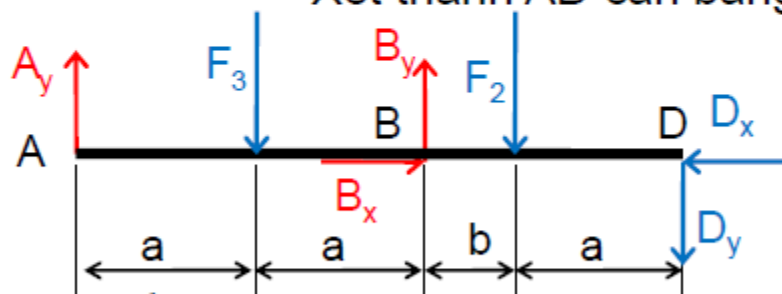
2.2. Điều kiện cân bằng của hệ

Xét thanh CD cân bằng



$$\begin{cases} \sum F_{kx} = D_x - F_1 \cos \theta = 0 \\ \sum F_{ky} = D_y + C_y - F_1 \sin \theta = 0 \\ \sum M_D = C_y \times a - F_1 \sin \theta \times (a - c) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_y = 1.52 \text{ kN} \\ D_x = 3.5 \text{ kN} \\ D_y = 4.55 \text{ kN} \end{cases}$$

Xét thanh AD cân bằng

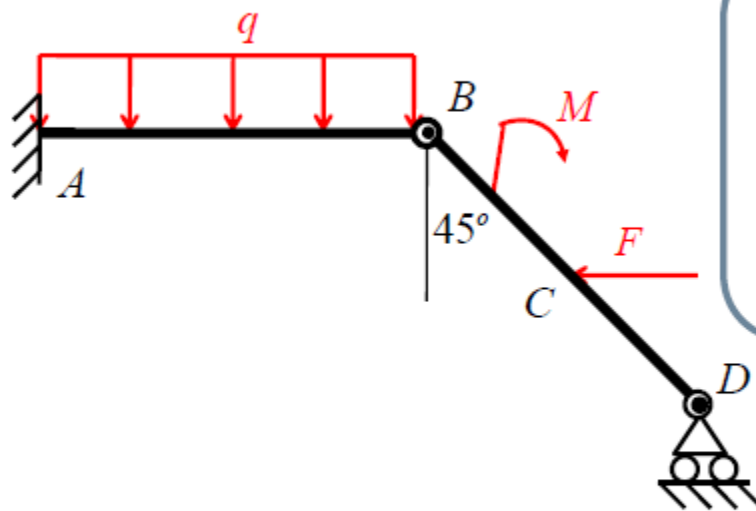


$$\begin{cases} \sum F_{kx} = B_x - D_x = 0 \\ \sum F_{ky} = A_y + B_y - D_y - F_2 - F_3 = 0 \\ \sum M_A = B_y \times 2a - D_y \times (3a + b) - F_2 \times (2a + b) - F_3 \times a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_y = 3.09 \text{ kN} \\ B_x = 3.5 \text{ kN} \\ B_y = 23.5 \text{ kN} \end{cases}$$

Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.2. Điều kiện cân bằng của hệ

Ví dụ: Tìm phản lực liên kết



$$AB = BD = 2BC = 2a = 2m$$

$$q = 10 \text{ KN} / m$$

$$M = qa^2$$

$$F = 2qa$$

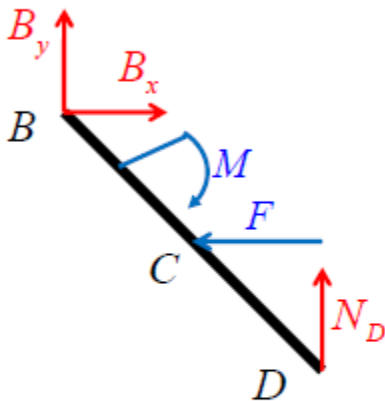
Tìm phản lực liên kết tại A và D.

Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.2. Điều kiện cân bằng của hệ

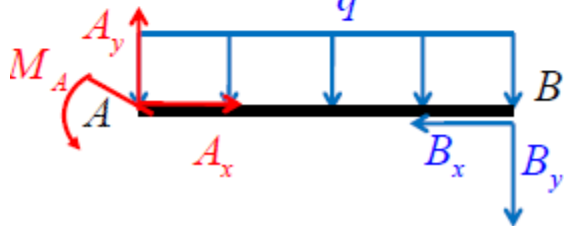
Phân tích: 4 ẩn mà ta chỉ có 3 phương trình nên không giải nguyên vật được mà phải **TÁCH VẬT**

+Xét thanh BD cân bằng:



$$\begin{cases} \sum F_x = B_x - F = 0 \\ \sum F_y = N_D + B_y = 0 \\ \sum M_B = -M - F \frac{a\sqrt{2}}{2} + N_D a\sqrt{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B_x = 20(KN) \\ B_y = -17,07(KN) \\ N_D = 17,07(KN) \end{cases}$$

+Xét thanh AB cân bằng:



$$\begin{cases} \sum F_x = A_x - B_x = 0 \\ \sum F_y = A_y - B_y - q2a = 0 \\ \sum M_A = M_A - B_y 2a - 2qa^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_x = 20(KN) \\ A_y = 2,93(KN) \\ M_A = -14,14(KN.m) \end{cases}$$

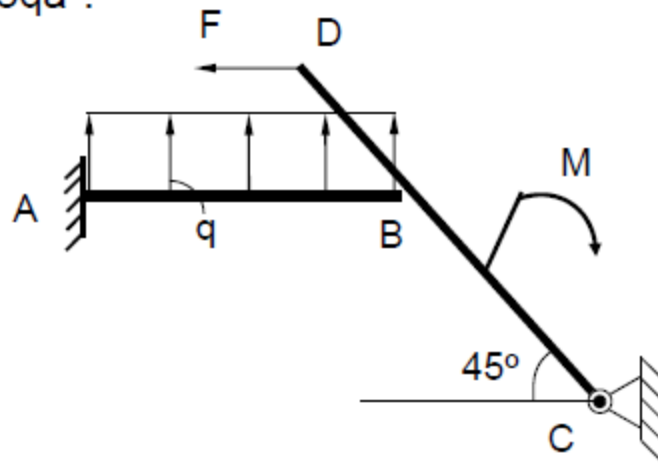


Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.2. Điều kiện cân bằng của hệ

Ví dụ Cho cơ cấu có liên kết chịu lực như hình vẽ. Thanh CD tựa lên thanh AB tại B, biết $AB=BC=2BD=2a$, $F=qa$.

- 1) Hệ có luôn cân bằng với mọi loại tải tác động hay không? Vì sao?
- 2) Tìm phản lực liên kết tại A và C trong các trường hợp sau đây
 - a) Với $M = qa^2$.
 - b) Với $M = 3qa^2$.



Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.2.Điều kiện cân bằng của hệ

* Tính bậc tự do của hệ

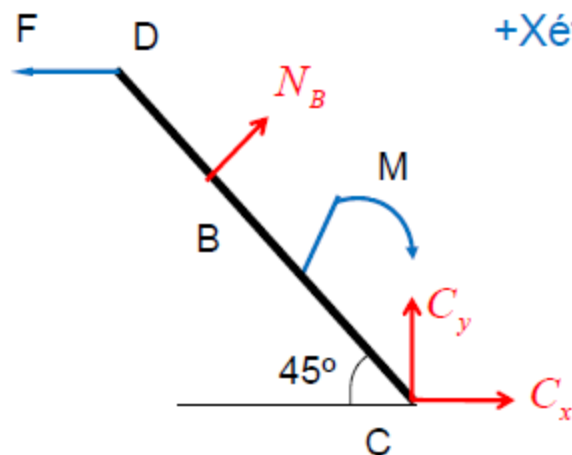
$$dof = 3 \times n - R = 3 \times 2 - 3 - 2 - 0,5 \Rightarrow dof = 0,5 > 0$$

Bậc tự do của cơ hệ dương nên hệ không luôn cân bằng với mọi loại tải tác động

* Để khảo sát sự cân bằng của hệ thì thanh CD phải cân bằng

Để thanh CD cân bằng thì phản lực tại $N_B > 0$

+Xét thanh CD cân bằng:



$$\begin{cases} \sum F_x = C_x - F + N_B \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ \sum F_y = C_y + N_B \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ \sum M_C = -M + F \frac{3a\sqrt{2}}{2} - N_B 2a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} N_B = \frac{3}{4}\sqrt{2}F - \frac{M}{2a} \\ C_x = \frac{Fa + M\sqrt{2}}{4a} \\ C_y = -\frac{3Fa - M\sqrt{2}}{4a} \end{cases}$$

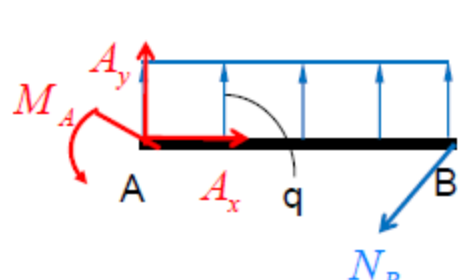
Thu gọn hệ lực – điều kiện cân bằng

2.2. Điều kiện cân bằng của hệ

* Để thanh CD luôn tựa vào thanh AB $\Leftrightarrow N_B = \frac{3}{4}\sqrt{2}F - \frac{M}{2a} \geq 0 \Leftrightarrow M \leq \frac{3\sqrt{2}}{2}qa^2$

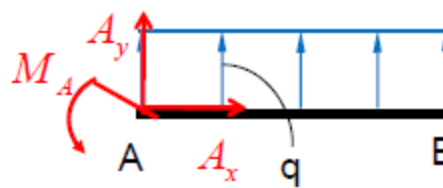
a) Với $M = qa^2$ nên thanh CD luôn tựa vào thanh AB

* Xét thanh AB cân bằng



$$\begin{cases} \sum F_x = A_x - N_B \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ \sum F_y = A_y + q \cdot 2a - N_B \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ \sum M_A = M_A + q \cdot 2a \cdot a - N_B \frac{\sqrt{2}}{2} 2a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_x = \frac{3 - \sqrt{2}}{4} qa \\ A_y = -\frac{(5 + \sqrt{2})}{4} qa \\ M_A = -\frac{1 + \sqrt{2}}{2} qa^2 \end{cases}$$

b) Với $M = 3qa^2$ nên thanh CD không tựa vào thanh AB nên $N_B = 0$



$$\begin{cases} \sum F_x = A_x = 0 \\ \sum F_y = A_y + q \cdot 2a = 0 \\ \sum M_A = M_A + q \cdot 2a \cdot a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_x = 0 \\ A_y = -2qa \\ M_A = -2qa^2 \end{cases}$$